

Εξαντλητική Απαρίθμηση



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ

ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

Υπενθύμιση

- Χαράκτηρίζουμε τους αλγόριθμους ως προς το χρόνο εκτέλεσης συναρτήσει της εισόδου

Υπενθύμιση

- Χαράκτηρίζουμε τους αλγόριθμους ως προς το χρόνο εκτέλεσης συναρτήσει της εισόδου
- Ως μέτρο θεωρούμε τα βασικά βήματα υπολογισμού π.χ. πρόσθεση

Υπενθύμιση

- Χαράκτηρίζουμε τους αλγόριθμους ως προς το χρόνο εκτέλεσης συναρτήσει της εισόδου
- Ως μέτρο θεωρούμε τα βασικά βήματα υπολογισμού π.χ. πρόσθεση
- Συνήθως μας ενδιαφέρει η χρονική πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης

Υπενθύμιση

- Χαράκτηρίζουμε τους αλγόριθμους ως προς το χρόνο εκτέλεσης συναρτήσει της εισόδου
- Ως μέτρο θεωρούμε τα βασικά βήματα υπολογισμού π.χ. πρόσθεση
- Συνήθως μας ενδιαφέρει η χρονική πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης
- Ένας αλγόριθμος έχει πολυπλοκότητα $O(f(n))$ χειρότερης περίπτωσης αν για οποιαδήποτε είσοδο μήκους n που $n \rightarrow \infty$, τα βήματα του αλγορίθμου έχουν άνω φράγμα την τιμή που επιστρέφει το πολυώνυμο $f(n)$

Παραδείγματος χάριν

- $f(n) = n^2 + 2^{28}n + 2^3\theta \Rightarrow O(n^2)$
- $f(n) = n^3\theta + 2^{28}n + 2^n \Rightarrow O(2^n)$

Παραδείγματος χάριν

- $f(n) = n^2 + 2^{28}n + 2^3 \theta \Rightarrow O(n^2)$
- $f(n) = n^3 \theta + 2^{28}n + 2^n \Rightarrow O(2^n)$
- $f(n) = \log \log n + \log n \Rightarrow O(\log n)$

- Έχουμε δύο υπολογιστές M_1 και M_2 , όπου ο M_1 είναι 16 φορές ταχύτερος από τον M_2

- Έχουμε δύο υπολογιστές M_1 και M_2 , όπου ο M_1 είναι 16 φορές ταχύτερος από τον M_2
- Θεωρούμε ένα πρόβλημα και τέσσερεις αλγορίθμους με διαφορετική πολυπλοκότητα που το επιλύουν.
- Για συγκεκριμένο χρόνο έστω t εξετάζουμε ποιό είναι το μέγιστο μήκος της εισόδου για το οποίο μπορεί να επιλύσει ο κάθε ~~το~~ υπολογιστής ~~πρόβλημα~~ στο χρόνο αυτό

- Έχουμε δύο υπολογιστές M_1 και M_2 , όπου ο M_1 είναι 16 φορές ταχύτερος από τον M_2
- Θεωρούμε ένα πρόβλημα και τέσσερεις αλγορίθμους με διαφορετική πολυπλοκότητα που το επιλύουν.
- Για συγκεκριμένο χρόνο έστω t εξετάζουμε ποιό είναι το μέγιστο μήκος της εισόδου για το οποίο μπορεί να επιλύσει ο κάθε ~~το~~ υπολογιστής ~~πρόβλημα~~ στο χρόνο αυτό

Αλγόριθμος	Πολυπλοκότητα	M_1	M_2
1	$O(2^n)$	10	$10 + 4$
2	$O(n^2)$	32	128
3	$O(n)$	1024	16384
4	$O(\log n)$	2^{1024}	$(2^{1024})^{16}$

Πρόβλημα Σακιδίου

Σε ένα πρόβλημα σακιδίου έχουμε n αντικείμενα που το κάθε ένα έχει μια συγκεκριμένη αξία c_i και ένα συγκεκριμένο βάρος a_i . Σκοπός μας είναι να διαλέξουμε έναν αριθμό από αντικείμενα χωρίς να παραβιάζεται η μέγιστη ποσότητα βάρους που μπορεί να αντέξει το σακίδιο μας b μεγιστοποιώντας παράλληλα τη συνολική αξία των αντικειμένων

Πρόβλημα Σακιδίου

Σε ένα πρόβλημα σακιδίου έχουμε n αντικείμενα που το κάθε ένα έχει μια συγκεκριμένη αξία c_i και ένα συγκεκριμένο βάρος a_i . Σκοπός μας είναι να διαλέξουμε έναν αριθμό από αντικείμενα χωρίς να παραβιάζεται η μέγιστη ποσότητα βάρους που μπορεί να αντέξει το σακίδιο μας b μεγιστοποιώντας παράλληλα τη συνολική αξία των αντικειμένων

Μοντελοποίηση με Ακέραιο Γραμμικό Προγραμματισμό

$$\begin{aligned} \max z &= \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{s.t.} \quad &\sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b \\ &x_i \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- Μία ρητή απαρίθμηση θα απαιτούσε εκθετικό αριθμό βημάτων : 2^n λύσεις!

- Μία ρητή απαρίθμηση θα απαιτούσε εκθετικό αριθμό βημάτων : 2^n λύσεις!
- Θεωρούμε πώς μια πρόσθεση χρειάζεται $250 \cdot 10^{-9}$ δευτερόλεπτα και ένας πολλαπλασιασμός περίπου τον τριπλάσιο χρόνο

- Μία ρητή απαρίθμηση θα απαιτούσε εκθετικό αριθμό βημάτων : 2^n λύσεις!
- Θεωρούμε πώς μια πρόσθεση χρειάζεται $250 \cdot 10^{-9}$ δευτερόλεπτα και ένας πολλαπλασιασμός περίπου τον τριπλάσιο χρόνο
- - $n = 10 \rightarrow t = 10^{-2}s$
 - $n = 20 \rightarrow t = 20s$
 - $n = 50 \rightarrow t = 5 \cdot 10^{10}s$
 - $n = 1000 \rightarrow \dots\dots\dots$

Ιστορία Προβλήματος Σακιδίου με 1000 μεταβλητές :

Όνομα	Έτος	Χρόνος Υπολογισμού
Greenberry, Hegerich	70	4990
Fayard, Plateu	71	4502
Horowitz, Sani	74	2770
Lauriere	76	860
Martello, Toth	78	203
Balas, Zemel	80	105
Martello, Toth	81	100
Fayard, Plateu	79-82	83
Metairie, Polian, Fayard	88	36